

This question paper contains 8+4 printed pages.

1526

B.A./B.Sc. (Part III) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper II

(Mathematical Statistics and Linear Programming)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science : 75/Arts : 66

Note : *Non-Programmable Scientific Calculator is allowed in this paper*

This question paper contains three sections as under :

Section-A खण्ड 'अ' **Max. Marks-**
(Science-10/Arts-5)

This section contains one compulsory question with 10 parts, having 2 parts from each unit, short answer in 20 words for each part. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई से 2 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-B

खण्ड 'ब'

Max. Marks-35

(Science/Arts)

This section contains 10 questions having 2 questions from each unit. Answer 5 questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 2 प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल 5 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-C खण्ड 'स' **Max. Marks-**
(Science-30/Arts-26)

This section contains 4 descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (500 words each). All questions carry equal marks.

इस खण्ड में 4 प्रश्न वर्णनात्मक होंगे (प्रश्नों में उप-भाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section A/खण्ड-अ

1. (i) Define central moment

केन्द्रीय क्षणों को परिभाषित कीजिए।

(ii) Find the probability that a non-leap year has 53 Sundays.

एक नॉन-लीप वर्ष में 53 रविवार होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(iii) Define characteristic function.

अभिलाक्षणिक फलन को परिभाषित कीजिए।

(iv) Define moment generating function.

आघूर्ण जनक फलन को परिभाषित कीजिए।

(v) Find the probability of 2 heads in 3 tosses of a coin.

किसी सिक्के को तीन बार फेंकने पर दो बार चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(vi) For standard normal variable Z if $P(Z \leq 1) = 0.3413$, then find $P(|Z| \leq 1)$.

मानक प्रसामान्य चर Z के लिए यदि $P(Z \leq 1) = 0.3413$ तब $P(|Z| \leq 1)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vii) Define basic feasible solution of a linear programming problem.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या के आधारी सुसंगत हल को परिभाषित कीजिए।

(viii) Define convex set.

अवमुख समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

(ix) Write dual problem of the following :

निम्न की द्वैती समस्या लिखिए :

$$\text{Max. } Z = CX$$

$$AX \leq b$$

$$X \geq 0.$$

(x) State fundamental theorem of duality.

द्वैतता की मूलभूत प्रमेय का कथन कीजिए।

Section B/खण्ड-ब
UNIT-I/इकाई-1

2. Calculate first four moments about mean from the following distribution :

निम्न बंटन से माध्य के सापेक्ष प्रथम चार आघूर्णों की गणना कीजिए :

x	f
0	1
1	8
2	28
3	56
4	70
5	56
6	23
7	8
8	1

3. Find the probability of getting 1 only once in 5 throws of a dice.

एक पासे को 5 बार फेंकने पर केवल एक बार 1 अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

UNIT-II/इकाई-II

4. A box contains 'a' white and 'b' black balls. 'c' balls are drawn. Find the expected number of white balls drawn.

एक सन्दूक में 'a' सफेद और 'b' काली गेंदें रखी हैं। इनमें से 'c' गेंदें निकाली जाती हैं। निकाली गई गेंदों में प्रत्याशित सफेद गेंदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

5. A variable x assume values 1, 2, 3..... with probability $p(x=r) = q^{r-1}p$, $r=1, 2, 3, \dots$ where $p+q=1$. Find moment generating function and hence find mean and variance.

एक चर x मान 1, 2, 3..... ग्रहण करता है जिनकी संगत प्रायिकताएँ $p(x=r) = q^{r-1}p$, $r=1, 2, 3, \dots$ हैं, जहाँ $p+q=1$ । चर का आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिए फलतः इसका माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

UNIT-III/इकाई-III

6. Find mean and variance of Binomial distribution.

द्विपद बंटन का माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

7. Fit a Poisson's distribution to given data and calculate theoretical frequencies :

दिए गए आंकड़ों के लिए प्वासों वंटन का समंजन कीजिए तथा सैद्धांतिक बारंबारताएँ भी ज्ञात कीजिए :

x	f
0	42
1	33
2	14
3	6
4	4
5	1

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Using graphical method prove that maximum and minimum values of objective function of given problem are equal.

आलेखी विधि का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि दी गई समस्या के उद्देश्य फलन का अधिकतम व न्यूनतम मान समान है।

Max. (Min.) Z = 5x + 3y

x + y ≤ 6

x ≥ 3

y ≥ 3

2x + 3y ≥ 3

x ≥ 0, y ≥ 0.

9. Find all basic feasible solutions of given system of equations :

निम्न समीकरण निकाय के सभी आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

2x₁ + 6x₂ + 2x₃ + x₄ = 3

6x₁ + 4x₂ + 4x₃ + 6x₄ = 2

x₁, x₂, x₃, x₄ ≥ 0.

UNIT-V/इकाई-V

10. Write the dual of the given problem :

दी गई समस्या की द्वैती समस्या लिखिए :

Max. $Z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$

S.t. $x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 5$

$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 6$

$x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 4$

$x_1 \geq 0, x_3 \geq 0$

x_2 is unrestricted in sign.

x_2 चिह्न में अप्रतिबंधित है।

11. Solve the Assignment problem :

नियतन समस्या को हल कीजिए :

	A	B	C	D
I	12	30	21	15
II	18	33	9	31
III	44	25	24	21
IV	23	30	28	14

Section C/खण्ड-स

12. (a) For a distribution mean = 10, variance = 16.

$\beta_2 = 4, \gamma_1 = 1$. Find first four moments about origin.

किसी वंटन के लिए माध्य = 10, प्रसरण = 16, $\beta_2 = 4, \gamma_1 = 1$ । मूल बिन्दु के परितः प्रथम चार आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

(b) Team A plays two matches with each team X, Y and Z. Team A wins with probability 0.6 and gets 2 points, the match ties with probability 0.15 and team A get 1 point and losses with probability 0.25 gets no point. For winning team A has to get 11 points. What is the probability that team A will win ?

टीम A टीम X, Y व Z प्रत्येक के साथ दो मैच खेलती है। टीम A 0.6 प्रायिकता के साथ जीतती है व 2 अंक प्राप्त करती है. 0.15 प्रायिकता से मैच अनिर्णीत रहता है तथा टीम A को 1 अंक मिलता है और 0.25 प्रायिकता से हारने पर कोई अंक नहीं मिलता है। टीम A को जीतने के लिए 11 अंक चाहिए। टीम A के जीतने की प्रायिकता क्या होगी ?

13. (a) A bag contains a coin of value M and a number of small coins with aggregate value m . Coins are drawn one by one till coin of value M is drawn. Find the expected value of drawn coins.

एक थैले में एक सिक्का M मूल्य का है तथा m कुल मूल्य के कुछ छोटे सिक्के हैं। एक एक करके थैले में से सिक्के निकाले जाते हैं जब तक कि M मूल्य का सिक्का प्राप्त नहीं होता है। निकाले गए सिक्कों का प्रत्याशित मूल्य ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the probability density function of random variable X . If its cumulative distribution function is given by :

यादृच्छिक चर X का प्रायिकता घनत्व फलन ज्ञात कीजिए यदि इसका संचयी फलन (बंटन फलन) दिया गया है :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1) & 1 \leq x \leq 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

14. (a) Find mean, mode and median of normal distribution and prove that they are equal.

प्रसामान्य बंटन के लिए माध्य, बहुलक व माध्यिका ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए की यह तीनों बराबर हैं।

- (b) If X is a normal variate with mean $= 30 = \mu$ and $\sigma = 5$, then find the following, given $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$:

यदि X एक प्रसामान्य चर हो जिसका माध्य $\mu = 30$ व $\sigma = 5$, तब निम्न को ज्ञात कीजिए जबकि दिया गया है $P(0 \leq Z \leq 1) = 0.3413$:

(i) $P(X \leq 25)$

(ii) $P(X \geq 35)$

(iii) $P(|X - 30| \geq 5)$

15. Find the solution of linear programming problem with Simplex method :

निम्न रेखिक प्रोग्रामन समस्या का हल सिम्पलेक्स विधि से ज्ञात कीजिए :

$$\begin{aligned} \text{Max. } Z &= 3x_1 + 2x_2 + x_3 \\ -3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 8 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_3 &= 7 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$