

This question paper contains 8 printed pages

1525

B.A/B.Sc. (Part III) Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper I

(Linear Algebra and Complex Analysis)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : Science 75/Arts : 66

This question paper contains three sections as under :

Section-A खण्ड 'अ' Max. Marks- (Science-10/Arts-5)

This section contains one compulsory question with 10 parts, having 2 parts from each unit, short answer in 20 words for each part. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न है जिसमें प्रत्येक इकाई में 2 लघु प्रश्न लेते हुए कुल 10 लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

525

1

[Contd....

Section-B

खण्ड 'ब'

Max. Marks-35

(Science/Arts)

This section contains 10 questions having 2 questions from each unit. Answer 5 questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 2 प्रश्न लेते हुये कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए कुल 5 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-C

खण्ड 'स'

Max. Marks-

(Science-30/Arts-26)

This section contains 4 descriptive type questions (questions may have subdivisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions (500 words each). All questions carry equal marks.

इस खण्ड में 4 प्रश्न वर्णनात्मक होंगे। (प्रश्न में उपभाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। कोई दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1525

2

[Contd....

**Section A/खण्ड-अ**

1. (i) **Define Vector Space.**  
सदिश समष्टि को परिभाषित कीजिए।
- (ii) **Define Linearly Dependent.**  
एकघाततः परतन्त्र को परिभाषित कीजिए।
- (iii) **Define dimension of a Vector Space.**  
सदिश समष्टि की विमा को परिभाषित कीजिए।
- (iv) **Define Linear Transformation.**  
रैखिक रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।
- (v) **Define Characteristic Polynomial.**  
अमिलाक्षणिक बहुपद को परिभाषित कीजिए।
- (vi) **Define Minimal Polynomial.**  
अल्पिष्ठ बहुपद को परिभाषित कीजिए।
- (vii) **Define Analytic Function.**  
वैश्लेषिक फलन को परिभाषित कीजिए।

- (viii) **Define Amplitude of complex number.**  
सम्मिश्र संख्या के कोणांक को परिभाषित कीजिए।
- (ix) **Define Bilinear Transformation.**  
द्विरैखिक रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।
- (x) **Define conformal mapping.**  
अनुकोण प्रतिचित्रण को परिभाषित कीजिए।

**Section B/खण्ड-ब**

**UNIT-I/इकाई-1**

2. Show that the following vectors of  $V_3(\mathbb{R})$  are LD.  
सिद्ध कीजिए कि  $V_3(\mathbb{R})$  के निम्न सदिश LD हैं।  
 $\alpha_1 = (1, 3, 2), \alpha_2 = (1, -7, -8); \alpha_3 = (2, 1, -1).$
3. Prove that the union of two subspaces  $W_1$  and  $W_2$  of a vector space  $V(F)$  is a subspace iff either  $W_1 \subset W_2$  or  $W_2 \subset W_1$ .  
सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश समष्टि  $V(F)$  की दो उपसमष्टियों  $W_1$  तथा  $W_2$  का संघ एक उपसमष्टि होता है यदि  $W_1 \subset W_2$  या  $W_2 \subset W_1$ ।

UNIT-II/इकाई II

- 4. Prove that every finite dimensional vector space has a basis.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक परिमित विमीय सदिश समष्टि का एक आधार विद्यमान होता है।

- 5. Prove that the kernel of a linear transformation is a subspace. https://www.uokononline.com

सिद्ध कीजिए कि किसी रेखिक प्रतिचित्रण की अण्ड एक उपसमष्टि होती है।

UNIT-III/इकाई-III

- 6. Find the matrix of a linear transform  $t$  on  $R^3$  w.r. to the basis  $B$  defined as :

आधार  $B$  के सापेक्ष  $R^3$  पर परिभाषित रेखिक रूपान्तरण  $t$  की मैट्रिक्स ज्ञात कीजिए :

$$t(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3, -x_1 - x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_3).$$

$$B = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3], \text{ where } \alpha_1 = (1, 1, 1) \alpha_2 = (0, 1, 1)$$

$$\alpha_3 = (1, 0, 1).$$

- 7. Using Cayley Hamilton theorem, to find  $A^{-1}$ .

कैली हेमिल्टन प्रमेय से  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिए जबकि :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

UNIT-IV/इकाई-IV

- 8. To prove that every closed and bounded set is compact.

प्रत्येक संवृत एवं परिवद्ध समुच्चय संहत होता है। सिद्ध कीजिए।

- 9. If  $f(z) = u + iv$  is an analytic function and  $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$ , then find  $f(z)$  in terms of  $z$ .

यदि  $f(z) = u + iv$  एक वैश्लेषिक फलन हो तथा  $u - v = e^x (\cos y - \sin y)$ , तो  $f(z)$  को  $z$  के पदों में ज्ञात कीजिए।

UNIT-V/इकाई-V

- 10. Prove that every bilinear transformation maps circles or straight lines into circles or straight lines.

प्रत्येक द्विरेखिक रूपान्तरण वृत्त या सरल रेखा को, वृत्त या सरल रेखा में प्रतिचित्रित करता है।

11. Find the bilinear transformation which transforms the half plane  $\text{Re}(z) \geq 0$  into the unit circular disc  $|w| \leq 1$ .

वह द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो अर्धतल  $\text{Re}(z) \geq 0$  को इकाई वृत्तीय चक्री  $|w| \leq 1$  में प्रतिचित्रित करता है।

### Section C/खण्ड-स

12. If  $W_1$  and  $W_2$  are two subspaces of a finite dimensional vector space  $V(F)$ , then prove that :

यदि  $W_1$  और  $W_2$  एक परिमित विमीय सदिश समष्टि  $V(F)$  की दो उपसमष्टियाँ हों तो :

$$\dim(W_1 + W_2) = \dim W_1 + \dim W_2 - \dim(W_1 \cap W_2).$$

13. Find the eigen values and the corresponding eigen vectors of the following matrix A :  
निम्न मैट्रिक्स A के आइगेन मान तथा संगत आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए :

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

14. If  $u + iv = \frac{2 \sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2 \cos 2x}$  and  $f(z) = u + iv$  is an analytic function, then find  $f(z)$  in terms of  $z$ .

यदि  $u + iv = \frac{2 \sin 2x}{e^{2y} + e^{-2y} - 2 \cos 2x}$  तथा  $f(z) = u + iv$  एक वैश्लेषिक फलन हो, तो  $f(z)$  को  $z$  के पदों में ज्ञात कीजिए।

15. Show that by means of transformation  $w = \left(\frac{z-ic}{z+ic}\right)^2$  the upper half of  $w$ -plane may be made to correspond to the interior of certain semi-circle in the  $z$ -plane.

रूपान्तरण  $w = \left(\frac{z-ic}{z+ic}\right)^2$  के माध्यम से सिद्ध कीजिये कि  $w$  समतल का ऊपरी आधा भाग  $z$ -समतल में किसी अर्धवृत्त के अन्तःभाग के संगत दिखाया जा सकता है।