B.A./B.Sc. (Part-II) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

UOKonline.com

Paper-III

(Mechanics)

Time Allowed : Three Hours **Maximum Marks : Science 75**

Art : 68

Section-A खण्ड-अ (Science-10/Arts

इस खण्ड में एक अनिवार्य प्रश्न हैं, जिसमें प्रत्येक इकाई से 2 लघु प्रश्न लेते हुए कुल लघु प्रश्न होंगे। प्रत्येक लघु प्रश्न का उत्तर 20 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के समान हैं।

Section-B खण्ड-ब **Max. Marks :**

(Science/Ar

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 2 प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई में एक प्रश्न चयन करते हुए कुल 5 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

UOKonline.com

Section-C खण्ड-स **Max. Marl**

(Science-30/Arts-2

इस खण्ड में 04 प्रश्न वर्णनात्मक होंगे (प्रश्न के उप-भाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइ में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अं समान है।

SECTION-A (खण्ड-अ)

1. (i) Write down the conditions for equilibrium of a rigid body unde action of three forces.
   तीन बलों के अधीन कार्यरत एक दृढ़ पिण्ड के साम्यावस्था की शर्तें लिखिये।

   (ii) Define Angle of Friction.
   घर्षण-कोण को परिभाषित कीजिये।

   (iii) Define Common Catenary.
   सामान्य केटिनरी को परिभाषित कीजिये।

   (iv) Define Sag and Span for a common catenary.
   एक सामान्य केटिनरी के लिये झोल एवं विस्तृति को परिभाषित कीजिये।

   (v) Define Simple Harmonic Motion.
   सरल आवर्त गति को परिभाषित कीजिये।

   (vi) Define Hooke's law. UOKonline.com
   हुक का नियम को परिभाषित कीजिये।

   (vii) Write down the formulae for tangential and normal acceleration for a particle moving along a curve.
   एक वक्र पर गतिमान किसी कण के लिये स्पर्शरेखीय एवं अभिलांबिक त्वरण के सूत्र लिखिये।

   (viii) Define Range and time of flight for a projectile.
   किसी प्रक्षेप्य के लिये परास एवं उड्डयन काल को परिभाषित कीजिये।

   (ix) Write down Newton's Experimental Law on direct impact.
   सीधे संघट्ट के लिये न्यूटन का प्रायोगिक नियम लिखिये।

   (x) Define Constrained motion.
   कण की प्रतिबन्धित गति को परिभाषित कीजिये।

UOKonline.com

Section-B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

A sphere of radius r rests against a smooth vertical wall to which it is attached by a string of length l fastened to a point on the surface. Find the tension of the string.

एक r त्रिज्या का चिकना गोला एक चिकनी ऊर्ध्वाधर दीवार के सहारे विरामावस्था में है। गोले की सतह के एक बिन्दु पर l लम्बाई की रस्सी बँधी है, जिसका दूसरा सिरा दीवार के एक बिन्दु पर बँधा है। रस्सी में तनाव ज्ञात कीजिये।

If a body be placed upon a rough inclined plane and be on the point of sliding down the plane under the action of its own weight only. Prove that the angle of inclination of the plane to the horizon is equal to the angle of friction.

UOKonline.com

यदि कोई पिण्ड किसी रूख नत समतल पर रखा जाए और केवल स्वयं के भार के अन्तर्गत समतल पर नीचे की ओर फिसलने वाली ही हो, तो सिद्ध कीजिये कि समतल का क्षैतिज से झुकाव का कोण घर्षण कोण के तुल्य होता है?

UNIT-II/इकाई-II

A uniform chain of length l, is to be suspended form two points A and B in the same horizontal line, so that either terminal tension is n times that at the lowest point; show that the span AB must be:

l लम्बाई की एकसमान जंजीर क्षैतिज रेखा के दो बिन्दुओं A तथा B के मध्य झूलती है, जिसके सिरों पर तनाव निम्नतम बिन्दु के तनाव का n गुना है, तो सिद्ध कीजिये कि इसकी विस्तृति होगी:

$$\frac{l}{\sqrt{n^2-1}}\log_e\left[n+\sqrt{n^2-1}\right].$$

Find the centre of gravity of the segment of a sphere of radius a, cut of by a plane at a distance h from the centre. Hence deduce the position of centre of gravity of a hemisphere.

त्रिज्या a के गोले के उस खण्ड का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिये जो मूल बिन्दु से h दूरी पर काटा गया है। अत: गोलार्द्ध के गुरुत्व केन्द्र की स्थिति का निगमन कीजिये।

UNIT-III/इकाई-III

UOKonline.com

A particle is performing S.H.M. of period T about a centre O and it passes through a point P (where OP = b) with a velocity v in the direction OP. Prove that the time elapses before it returns to P is: $\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$.

एक कण केन्द्र O के सापेक्ष T आवर्तकाल की गति से सरल आवर्त गति करे और यह कि बिन्दु P (जहाँ OP = b) OP की दिशा में v वेग से गुजरे, तो सिद्ध कीजिये कि वह पुन: P फि पर: $\frac{T}{\pi}\tan^{-1}\left(\frac{vT}{2\pi b}\right)$ समय के पश्चात् लौटेगा।

UOKonline.com

7. A particle rests in equilibrium under the attraction of two centres of force which attracts directly as the distance; their intensities being μ and μ' The particle is displaced slightly towards one of them; show that the time of small oscillation is $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu+\mu'}}$.

एक कण दो बल केन्द्रों जो कि दूरी के अनुक्रमानुपाती आकर्षित करते हैं और जिनकी तीव्रताएँ μ व μ 'हैं, उनके अधीन सन्तुलन में है। कण को उसमें से एक की ओर थोड़ा विस्थापित किया गया है, सिद्ध कीजिए कि एक लघु दोलन का समय $\frac{2\pi}{\sqrt{\mu+\mu'}}$ होगा।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. A particle is moving in a parabola $p^2 = ar$ with uniform angular velocity about the focus. Prove that its normal acceleration at any point is proportional to the radius of curvature of its path at that point.

एक कण एकसमान कोणीय वेग से किसी परवलय $p^2 = ar$ में उसकी नाभि के चारों ओर चलता है। सिद्ध कीजिये कि बिन्दु पर अभिलाक्षणिक त्वरण उस बिन्दु पर पथ की वक्रता-त्रिज्या के समानुपाती होगा।

UOKonline.com

9. Two bodies are projected form the same point with the same velocity but in different directions. If the range in each case be R and the time of flight be t and t'; prove that $R=\left(\frac{1}{2}\right)gtt'$

दो पिण्ड एक ही बिन्दु से समान वेग से दो विभिन्न कोनों पर फेंके जाते हैं। यदि दोनों का एक ही परास R हो और उड्डयन काल t व t'हों, तो सिद्ध कीजिए $R=\left(\frac{1}{2}\right)gtt'$

UNIT-V/इकाई-V

10. A ball impinges directly upon another ball at rest and is itself reduced to rest by impact. If half of the initial kenitic energy is destroyed in the collision, find the coefficient of restitution.

एक गेंद एक अन्य विरामावस्था वाली गेंद से सीधी टकराती है। संघट्ट के पश्चात् स्वयं विरामावस्था में आ जाती है। यदि संघट्ट से आधी गतिज ऊर्जा नष्ट हो जाती है, तो प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात कीजिए।

UOKonline.com

11. A Particle is moving on a smooth curve and its velocity varies as the actual distance from the heghest point. Prove that the curve is cycloid.

एक कण एक चिकने वक्र पर गतिमान है तथा इसका वेग उच्चतम बिन्दु से चापीय दूरी के समानुपाती है। सिद्ध कीजिये कि वक्र चक्रज है।

UOKonline.com

Section-C/खण्ड-स

12. Inside a fixed hollow cylinder of radius R, whose generators are horizontal, there are placed symmetrically two equal cylinders, each of radius r; a third cylinder equal to each of the latter placed symmetrically on them. Prove that the equilibrium cannot exist unless:

त्रिज्या R के किसी स्थिर बेलन के अन्दर जिनकी जनक क्षैतिज है, दो बराबर बेलन सममित रूप से रखे गये हैं, प्रत्येक की त्रिज्या r है। इन दोनों बेलनों के बराबर एक तीसरा बेलन इन पर सममित रूप से रखा गया है। सिद्ध कीजिये कि संतुलन नहीं हो सकता जब तक कि:

UOKonline.com

$$R \le r(1+2\sqrt{7}).$$

13. (a) A telegraph wire of length l hangs between two posts on the same level at a distance a apart, the small sag at the centre being b. Show that:

l लम्बाई का एक टेलीग्राफ तार समान ऊँचाई के a दूरी के दो खम्भों के बीच लटका हुआ है, जिसका झोल b है। प्रदर्शित कीजिये:

$$l-a=\frac{8b^2}{3\alpha}\text{ (Approx.) (लगभग)}$$

(b) A particle falls from infinity on the earth. Find its velocity on the earth's surface and on reaching the centre of earth.

यदि कोई कण अनन्त दूरी से विरामावस्था से गिरकर पृथ्वी तल पर गिरता है, तो पृथ्वी तल पर तथा पृथ्वी के केन्द्र पर पहुँचने पर उसका वेग ज्ञात कीजिए।

14. A particle is projected with velocity u, vertically upwards under gravity in a medium whose resistance varies as square of the velocity. Prove that

UOKonline.com

the particle will return to the point of projection with a velocity $\frac{u\upsilon}{\sqrt{u^2+v^2}}$ where v is terminal velocity in the medium.

एक कण वेग u से ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर ऐसे माध्यम में फेंका जाता है कि जिसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के समानुपाती है। सिद्ध कीजिये कण प्रक्षेप बिन्दु पर $\frac{u\upsilon}{\sqrt{u^2+v^2}}$ वेग से लौटेगा जहाँ v कण का अंतिम वेग है।

UOKonline.com

15. (a) A particle is projected from the lowest point of a vertical circle with a velocity sufficient to carry it to the highest point. Find where the particle will leave the circle.

एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सके। ज्ञात कीजिये कि कण वृत्त को कहाँ छोड़ेगा?

(b) A ball impinges on another ball of equal mass at rest. If both the balls are smooth and perfectly elastic, then prove that they move at right angles after impact. UOKonline.com

एक गोला बराबर संहति वाले एक अन्य गोले के तिर्यक टक्कर मारता है। यदि दोनों गोले चिकने एवं पूर्ण प्रत्यास्थ हों, तो सिद्ध कीजिए कि टक्कर के पश्चात् वे एक-दूसरे के समकोण दिशाओं में चलेंगे।

□□□

UOKonline.com