

This question paper contains 8+3 printed pages]

Section-B

खण्ड 'ब'

Max. Marks-35

(Science/Arts)

This section contains 10 questions having 2

questions from each unit. Answer 5 questions (250 words each) selecting one question from each unit. All questions carry equal marks.

इस खण्ड में प्रत्येक इकाई से 2 प्रश्न लेते हुए कुल 10 प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल 5 प्रश्नों के उत्तर देने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक में न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section-C

खण्ड 'स'

Max. Marks-

(Science-30/Arts-28)

This section contains 4 descriptive type questions (questions may have sub-divisions) covering all units but not more than one question from each unit. Answer any two questions. (500 words each). All questions carry equal marks.

इस खण्ड में 4 वर्णनात्मक प्रश्न होंगे (प्रश्नों के उपभाग भी हो सकते हैं) जो सभी इकाइयों में से दिये जायेंगे, किन्तु एक इकाई में से एक से अधिक प्रश्न नहीं होगा। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दिये जाने हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 500 शब्दों से अधिक न हो। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Section A/खण्ड-अ

1. (i) Define irrotational vector.

अघूर्णी सदिश को परिभाषित कीजिए।

- (ii) If :

$$f = xy^2\hat{j} + 2x^2yz\hat{j} - 3yz^2\hat{k},$$

then find $\operatorname{div} f$.

यदि $f = xy^2\hat{j} + 2x^2yz\hat{j} - 3yz^2\hat{k}$, तब $\operatorname{div} f$ ज्ञात कीजिए। <http://www.uokonline.com>

- (iii) Write the equation of chord of contact of point (α, β) with respect to parabola

$$y^2 = 4ax.$$

परवलय $y^2 = 4ax$ के लिये बिन्दु (α, β) की स्पर्श जीवा का समीकरण दीजिए।

- (iv) Write the equation of polar of point $P(x_1, y_1)$ with respect to the ellipse :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के लिए बिन्दु $P(x_1, y_1)$ के ध्रुवीय का समीकरण दीजिए।

- (v) Write the equation of asymptotes of hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ के अनन्तस्पर्शियों का समीकरण दीजिए।

- (vi) Define rectangular hyperbola.

समकोणीय अतिपरवलय को परिभाषित कीजिए।

- (vii) Find the centre and radius of the sphere

$$7x^2 + 7y^2 + 7z^2 - 6x - 3y - 2z = 0.$$

गोले $7x^2 + 7y^2 + 7z^2 - 6x - 3y - 2z = 0$ का केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(viii) Define right circular cone.

लम्बवृतीय शंकु को परिभाषित कीजिए।

(ix) Define director sphere to a central conicoid

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1.$$

संकेन्द्र शंकवज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के नियमक गोले को परिभाषित कीजिए।

(x) Define pole and polar plane for a conicoid.

शंकवज के ध्रुव व ध्रुवीय समतल को परिभाषित कीजिए।

Section B/खण्ड-ब

UNIT-I/इकाई-I

2. Evaluate $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, where $\vec{F} = z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}$ and C is the arc of the curve $r = \cos t \hat{i} + \sin t \hat{j} + t\hat{k}$ from $t = 0$ to $t = 2\pi$.

$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = z\hat{i} + x\hat{j} + y\hat{k}$ क्या वक्र $r = \cos t \hat{i} + \sin t \hat{j} + t\hat{k}$ पर $t = 0$ से 2π तक की चाप C है।

Or/अथवा

3. Show that divergence of curl of vector \vec{a} is zero.

प्रदर्शित कीजिए कि सदिश \vec{a} के curl का divergence शून्य है। http://www.uokonline.com

UNIT-II/इकाई-II

4. Find the equation of normals to the parabola $y^2 = 4ax$ at the ends of the latus rectum. If the normals again meet the parabola at Q and Q', prove that $QQ' = 12a$.

परवलय $y^2 = 4ax$ के अन्तिम बिन्दुओं पर खोचे गए अभिलम्बों का समीकरण ज्ञात कीजिये। यदि ये अभिलम्ब पुनः परवलय को Q व Q' पर प्रतिच्छेद करते हैं, तब प्रदर्शित कीजिए कि $QQ' = 12a$ ।

Or/अथवा

5. J Derive the equation of tangent to the ellipse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ at point } P(x_1, y_1).$$

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के बिन्दु $P(x_1, y_1)$ पर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

UNIT-III/इकाई-III

6. Prove that perpendicular focal chords of a rectangular hyperbola are equal.

सिद्ध कीजिए कि समकोणीय अभिपरवलय की दो लम्ब नाभीय जीवाएँ बराबर होती हैं।

Or/अथवा

7. ✓ Find the centre, eccentricity and foci of the hyperbola $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$.

अतिपरवलय $9x^2 - 16y^2 - 18x - 64y - 199 = 0$ का केन्द्र, उत्केन्द्रता व नाभि ज्ञात कीजिए।

UNIT-IV/इकाई-IV

8. Find the equation of the right circular cylinder

whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$,

$$x - y + z = 3.$$

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका

निर्देशक वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$ है।

Or/अथवा

9. ✓ Find the coordinates of the points on the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y = 4, \text{ the tangent planes at}$$

which are parallel to the plane $2x - y + 2z = 1$.

गोले $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y = 4$ पर स्थित उन बिन्दुओं

के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ पर गोले के स्पर्श समतल,

समतल $2x - y + 2z = 1$ के समान्तर हों।

UNIT-V/इकाई-V

10. Tangent planes are drawn to the ellipsoid

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ through (α, β, γ) . Prove that the perpendicular to them from the origin generate the cone $(\alpha x + \beta y + \gamma z)^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$.

दीर्घवृत्तज एवं $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ पर बिन्दु (α, β, γ) से स्पर्श समतल खोचे गए हैं। सिद्ध कीजिए कि उन पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्बों द्वारा जनित शंकु निम्न है :

$$(\alpha x + \beta y + \gamma z)^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2.$$

Or/अथवा

11. Find the equation of the polar plane of the point

$A(\alpha, \beta, \gamma)$ with respect to the central conicoid

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1.$$

बिन्दु $A(\alpha, \beta, \gamma)$ का संकेन्द्र शंकवज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के सापेक्ष ध्रुवीय तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Section C/खण्ड-स

12. Verify Gauss divergence theorem for

$$\vec{F} = xy\hat{i} + z^2\hat{j} + 2yz\hat{k}$$
 on the tetrahedron

$$x = y = z = 0, x + y + z = 1.$$

$$\text{चतुष्फलक } x = y = z = 0, x + y + z = 1 \text{ पर}$$

$\vec{F} = xy\hat{i} + z^2\hat{j} + 2yz\hat{k}$ के लिए गॉस अपसरण प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

13. If the normals at α, β, γ on $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

meet in the point $P(\rho, \phi)$, show that

$$2\phi = \alpha + \beta + \gamma.$$

यदि शंकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ पर α, β, γ बिन्दु पर अभिलम्ब

बिन्दु $P(\rho, \phi)$ पर मिलते हों, तो सिद्ध कीजिए कि

$$2\phi = \alpha + \beta + \gamma$$

14. Derive the condition for the general equation
of second degree to represent a cone.

प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि द्विघाती व्यापक समीकरण, एक
शंकु को प्रदर्शित करता है।

15. Discuss the nature and shape of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ की प्रकृति व आकार की
विवेचना कीजिए।